

TRANSFORMACIÓN CONFORME Y COMUNICACIÓN

MATEMÁTICA

Adriana G. Favieri

afavieri@frh.utn.edu.ar

Facultad Regional Haedo – Universidad Tecnológica Nacional

Marta G. Caligaris

mcaligaris@frsn.utn.edu.ar

Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional

Resumen

En este artículo se subraya la relevancia de la comunicación matemática en el campo de la ingeniería, centrándose especialmente en las transformaciones conformes y los números complejos. Esta habilidad resulta esencial para la resolución de problemas y el desarrollo de soluciones técnicas en el ámbito ingenieril. La capacidad de comunicar de manera clara y precisa ideas matemáticas desempeñan un papel fundamental a la hora de colaborar con colegas y facilitar tanto el aprendizaje continuo como el progreso profesional. Se propone una tarea específica que involucra la investigación sobre las transformaciones conformes y su relación con los números complejos. Esta tarea requiere la elaboración de un informe escrito que explique de manera clara las características distintivas de cada tipo de transformación conforme, ilustrado con ejemplos pertinentes y seguido de un análisis detallado de las propiedades y efectos de dichas transformaciones. Además, se sugiere formular preguntas de reflexión y organizar una discusión en grupo con el fin de fomentar la argumentación y la comunicación matemática entre los participantes. Se presenta también la implementación de esta tarea en ciertos cursos, así como los resultados obtenidos. A modo de conclusión, se argumenta que esta tarea puede suponer una experiencia enriquecedora tanto para los estudiantes como para los docentes, ya que promueve la

comprensión de conceptos matemáticos abstractos y el desarrollo de habilidades comunicativas en el ámbito matemático.

Palabras clave: comunicación matemática, habilidades, transformación conforme

Abstract

This article focuses on the relevance of mathematical communication in engineering, with particular attention to conformal transformations and complex numbers. Engineering requires the ability to solve problems and develop technical solutions. Communicating mathematical ideas clearly and concisely is critical for collaboration with colleagues and career advancement. Research on conformal mapping and their relationship with complex numbers is proposed as a specific task. Detailed analyses of properties and effects of each type of conformal transformation are required in this task, along with a written report explaining their distinctive features. Additionally, in order to encourage argumentation and mathematical communication among the participants, reflection questions should be formulated and a discussion group should be organized. The implementation of the task in certain courses, as well as the results obtained is presented. In conclusion, this assignment can be enriching for both students and teachers, as it promotes the understanding of abstract mathematical concepts and the development of mathematical communication skills.

Key Words: mathematical communication, skills, conformal mapping

Introducción

La comunicación matemática desempeña un papel fundamental en el ámbito de las carreras de ingeniería. En este contexto, el lenguaje matemático se convierte en una herramienta esencial para la resolución de problemas y el desarrollo de soluciones técnicas. La capacidad de comunicar ideas matemáticas de manera clara y precisa se vuelve una competencia crítica para los ingenieros. La ingeniería abarca diversas ramas interdisciplinarias, como la ingeniería civil, mecánica y eléctrica, entre otras. En cada una de estas disciplinas, los profesionales se enfrentan a desafíos complejos que requieren un sólido dominio de los conceptos y herramientas matemáticas. Sin embargo, la comprensión de estos conceptos por sí sola no es suficiente. Es igualmente importante ser capaz de comunicar y transmitir ideas matemáticas de manera efectiva a colegas, clientes y otros profesionales.

La comunicación matemática en las carreras de ingeniería involucra la habilidad de expresar claramente los problemas y sus soluciones utilizando un lenguaje matemático riguroso y preciso. Esto implica interpretar y describir gráficos, diagramas y fórmulas matemáticas de manera comprensible, así como argumentar y justificar las decisiones y procedimientos utilizados en la resolución de problemas. La importancia de la comunicación matemática en la ingeniería radica en varios aspectos. En primer lugar, la comunicación clara y precisa de ideas matemáticas facilita la colaboración y el trabajo en equipo entre profesionales de diferentes disciplinas, lo cual es esencial en proyectos de ingeniería complejos. Además, la capacidad de comunicar ideas matemáticas de manera efectiva mejora la comprensión y transferencia de conocimientos, facilitando así el aprendizaje continuo y el desarrollo profesional en el campo de la ingeniería. Es fundamental que los futuros ingenieros adquieran competencias sólidas en comunicación matemática durante su formación académica. Esto implica implementar estrategias de enseñanza que promuevan la expresión clara y

coherente de ideas matemáticas, así como la capacidad de argumentar y justificar los procesos utilizados en la resolución de problemas. Además, se deben fomentar habilidades de lectura y comprensión de textos matemáticos especializados, así como el uso adecuado de la terminología y notación matemática.

En resumen, la comunicación matemática desempeña un papel esencial en las carreras de ingeniería, permitiendo a los profesionales transmitir y compartir ideas matemáticas de manera efectiva. La capacidad de comunicarse claramente en el lenguaje matemático es crucial para la resolución de problemas, la colaboración interdisciplinaria y el desarrollo profesional en el campo de la ingeniería. Por lo tanto, es imperativo que los programas de formación en ingeniería prioricen el desarrollo de competencias sólidas en comunicación matemática entre sus estudiantes.

Marco teórico

La educación matemática contemporánea ha resaltado la importancia de enmarcar el currículo en términos de competencias básicas y específicas. Diversos autores reconocidos han propuesto definiciones que abarcan diferentes aspectos y perspectivas. Por ejemplo, Le Boterf (1994) sostiene que la competencia se refiere a la capacidad de movilizar, combinar y transferir conocimientos, habilidades, actitudes y valores en situaciones profesionales. Perrenoud (1999), por su parte, define la competencia como la capacidad de resolver problemas, tomar decisiones y movilizar conocimientos y habilidades en situaciones reales, complejas y auténticas. Posteriormente, en 2001, Perrenoud modifica su definición y la presenta como la capacidad de movilizar y combinar recursos cognitivos (conocimientos, habilidades, actitudes) para solucionar problemas complejos en contextos específicos. DeSeCo (2002), en su enfoque de Definición y Selección de Competencias, describe la competencia como una combinación dinámica de atributos relacionados con el conocimiento, la comprensión de un área

específica, las habilidades prácticas, las actitudes y los valores éticos, que se manifiestan de manera efectiva en la acción o el desempeño. Cano (2005) plantea que la competencia es un conjunto integrado y dinámico de conocimientos, habilidades, actitudes y valores que permite llevar a cabo un desempeño eficaz y de calidad en un contexto específico.

A partir de estas perspectivas, se propone definir la competencia como la capacidad de movilizar y combinar recursos cognitivos, tales como conocimientos, habilidades, actitudes y valores, para resolver problemas complejos, tomar decisiones efectivas y desempeñarse de manera eficaz en contextos específicos y auténticos. Esta capacidad implica la aplicación y transferencia de los conocimientos y habilidades adquiridos a situaciones reales, así como la disposición para reflexionar, adaptarse y aprender de forma continua.

En el ámbito de la educación matemática, varios autores reconocidos también han abordado el concepto de competencia. Richard Lesh y Susan Lamon (1992) plantean que la educación matemática por competencia implica la capacidad de los estudiantes para aplicar de manera efectiva los conocimientos, habilidades y actitudes matemáticas en contextos reales y auténticos. Thomas Romberg (1992) enfatiza la integración de los conocimientos matemáticos con otras disciplinas y la capacidad de abordar problemas complejos de manera reflexiva y crítica. John Hiebert destaca la flexibilidad y adaptabilidad en el uso de la matemática en diferentes situaciones y contextos. Douglas Clements y Julie Sarama (2009) resaltan el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico, resolución de problemas y comunicación matemática.

En el contexto de las carreras de ingeniería en Argentina, este enfoque por competencias se refleja en las recomendaciones emitidas por el CONFEDI (Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de la República Argentina) en su enfoque por competencias (2020), donde se destaca la necesidad de enseñar

a través de un enfoque basado en competencias, que involucre tanto conocimientos como habilidades prácticas y competencias profesionales.

La educación matemática por competencias en el ámbito de las carreras de ingeniería se refiere al enfoque pedagógico que busca desarrollar en los estudiantes una capacidad integral y dinámica para aplicar de manera efectiva los conocimientos, habilidades y actitudes matemáticas en situaciones reales y complejas relacionadas con la ingeniería. Implica la movilización y combinación de recursos cognitivos, tales como el dominio de los conceptos matemáticos, la capacidad de análisis, la resolución de problemas, la modelización matemática y la comunicación efectiva, en contextos específicos y auténticos propios de la disciplina.

La educación matemática por competencias en carreras de ingeniería promueve la formación de profesionales capaces de enfrentar los desafíos del campo, utilizando las herramientas matemáticas de manera reflexiva y crítica, integrándolas con otras áreas del conocimiento y aplicándolas en la resolución de problemas prácticos y en la toma de decisiones fundamentadas. Además, fomenta el pensamiento crítico, la creatividad, la capacidad de trabajo en equipo y la disposición para el aprendizaje continuo en el ámbito de la ingeniería.

En particular, la competencia comunicativa en matemática se refiere a la capacidad de los estudiantes para comunicar de manera efectiva conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, tanto de forma oral como escrita, en contextos relevantes y auténticos. Esta competencia implica la habilidad de expresar ideas matemáticas con claridad, precisión y coherencia, así como comprender y analizar la comunicación matemática de otros.

Varios autores reconocidos han abordado el concepto de competencia comunicativa en matemática. Por ejemplo, Richard Lesh y Susan Lamon

(1992) enfatizan la importancia de que los estudiantes puedan comunicar sus procesos de pensamiento matemático, explicando sus razonamientos y justificaciones de manera clara y convincente. También destacan la necesidad de que los estudiantes comprendan y evalúen la comunicación matemática de otros, identificando errores y deficiencias en los argumentos presentados.

John Mason (2002) destaca que la competencia comunicativa en matemática implica la capacidad de utilizar lenguaje matemático preciso y adecuado para describir, explicar y justificar conceptos y procesos matemáticos. Además, resalta la importancia de que los estudiantes sean capaces de interpretar y comprender la comunicación matemática en diferentes formas, como textos escritos, gráficos, tablas y diagramas.

Otro autor relevante es Paul Cobb (2007), quien subraya que la competencia comunicativa en matemática no se limita solo a la expresión verbal, sino que también implica el uso de representaciones visuales y simbólicas para comunicar ideas matemáticas. Destaca la importancia de que los estudiantes sean capaces de utilizar múltiples formas de representación para expresar y comprender conceptos matemáticos.

Presentación de la tarea: Explorando las Transformaciones Conformes

Objetivo: Desarrollar la competencia de comunicación matemática a través del estudio de transformaciones conformes utilizando números complejos y el servicio en línea gratuito Wolfram|Alpha.

Consigna:

Investigación: Realiza una investigación exhaustiva sobre las transformaciones conformes en matemáticas y su relación con los números complejos. Adquiere conocimiento sobre conceptos como traslación, rotación, dilatación y reflexión en el plano complejo.

Presentación de resultados: Elabora un informe escrito que explique de manera clara y precisa las características de cada tipo de transformación conforme. Utiliza un lenguaje matemático adecuado, incluyendo términos, símbolos, notaciones específicas, gráficos y comandos del software utilizado.

Ejemplos ilustrativos: Proporciona al menos tres ejemplos ilustrativos de cada tipo de transformación conforme utilizando números complejos. Asegúrate de mostrar gráficamente cómo se produce la transformación en el plano complejo. Utiliza comandos apropiados para representar gráficamente las transformaciones.

Análisis y argumentación: En tu presentación o informe, analiza y argumenta las propiedades y efectos de cada transformación conforme en términos de desplazamiento, rotación, escala y simetría. Explica cómo cada tipo de transformación afecta a los números complejos y sus representaciones gráficas.

Preguntas de reflexión: Formula al menos tres preguntas de reflexión que inviten a tus compañeros a analizar y discutir las transformaciones conformes y su relación con los números complejos. Estas preguntas deben fomentar la comunicación matemática y la argumentación entre los participantes.

Discusión en grupo: Organiza una sesión de discusión en grupo donde cada estudiante presente sus hallazgos, ejemplos y respuestas a las preguntas de reflexión. Fomenta el intercambio de ideas y la argumentación matemática entre los participantes.

Implementación

La tarea se llevó a cabo en dos cursos del programa Matemáticas Aplicadas a la Aeronáutica de la Facultad Regional Haedo, Universidad Tecnológica Nacional, uno en el turno de tarde y otro en el turno de noche. En total, participaron 32 alumnos, trabajando en grupos de hasta 3 personas. La tarea

se inició durante una clase presencial utilizando el servicio en línea gratuito Wolfram|Alpha, en los laboratorios de la Facultad. Los estudiantes contaban con acceso a internet y el docente actuó como organizador y guía durante el proceso de trabajo. Se asignó una semana de plazo para la entrega del informe final.

Evaluación de la tarea

La evaluación de la tarea se basó en cuatro aspectos: el informe escrito, los ejemplos ilustrativos, el análisis y argumentación, y la participación en la discusión en grupo.

En la Tabla 1 se presenta la rúbrica diseñada para evaluar esta actividad.

Tabla 1: Rúbrica diseñada para evaluar la actividad

	Debe mejorar	Bueno	Avanzado
Escribe un informe claro, preciso y organizado, utilizando adecuadamente el lenguaje matemático	Presenta un informe confuso y desorganizado, utilizando un lenguaje matemático inadecuado en las explicaciones	Presenta un informe poco claro o desorganizado, utilizando un lenguaje matemático poco claro en las explicaciones	Presenta un informe claro y organizado, utilizando un lenguaje matemático adecuado en las explicaciones
Realiza una correcta representación gráfica de las transformaciones conformes y su relación con los	No proporciona ejemplos adecuados de cada tipo de transformación conforme utilizando	Proporciona solo algunos ejemplos adecuados de cada tipo de transformación conforme utilizando	Proporciona ejemplos adecuados de cada tipo de transformación conforme utilizando

números complejos	números complejos	números complejos	números complejos
Analiza y argumenta sobre las propiedades y efectos de cada transformación conforme con coherencia en los argumentos presentados	No demuestra capacidad razonable para analizar y argumentar sobre las propiedades y efectos de cada transformación conforme	Demuestra poca capacidad razonable para analizar y argumentar sobre las propiedades y efectos de cada transformación conforme	Demuestra capacidad razonable para analizar y argumentar sobre las propiedades y efectos de cada transformación conforme
Participa activamente en la sesión de discusión, comunicando ideas matemáticas de manera clara	No participa o participa muy poco en la sesión de discusión	Participa con limitaciones en la sesión de discusión	Participa activamente en la sesión de discusión

Análisis de los resultados

En la evaluación del desempeño de los estudiantes en la presentación del informe, se observa que el 55% de los estudiantes lograron presentar informes claros y organizados, utilizando un lenguaje matemático adecuado en sus explicaciones. Sin embargo, un 34% de los estudiantes presentaron informes poco claros o desorganizados y utilizaron un lenguaje matemático poco claro en sus explicaciones. Además, un 11% de los estudiantes entregaron informes confusos y desorganizados, empleando un lenguaje matemático inadecuado en sus explicaciones. Estos resultados indican la necesidad de mejorar la capacidad de los estudiantes para comunicar de manera efectiva sus ideas matemáticas en sus informes escritos.

En cuanto al desempeño de los estudiantes en la provisión de ejemplos, se observa que el 52% de los estudiantes proporcionaron ejemplos ilustrativos adecuados de cada tipo de transformación conforme utilizando números complejos. Por otro lado, el 38% de los estudiantes solo brindaron algunos ejemplos ilustrativos adecuados, mientras que el 10% no logró proporcionar ejemplos adecuados. Estos resultados sugieren que algunos estudiantes pueden mejorar su capacidad para representar gráficamente las transformaciones conforme y su relación con los números complejos, así como visualizar los comandos ingresados para realizar dichos gráficos.

En relación al desempeño de los estudiantes en el análisis y argumentación, se encuentra que el 46% de ellos demostraron una capacidad razonable para analizar y argumentar sobre las propiedades y efectos de cada transformación conforme. Sin embargo, un 39% de los estudiantes mostraron poca capacidad razonable en este aspecto, y un 15% no logró demostrar capacidad para analizar y argumentar adecuadamente. Estos resultados resaltan la importancia de fortalecer las habilidades de análisis y argumentación de los estudiantes, así como la coherencia en los argumentos presentados.

En cuanto al desempeño de los estudiantes en la participación en la discusión, se destaca que el 62% de los estudiantes participaron activamente en la sesión, compartiendo sus hallazgos, ejemplos y respuestas a las preguntas de reflexión. Por otro lado, el 30% de los estudiantes tuvo una participación limitada, mientras que el 9% mostró poca participación en la sesión de discusión. Estos resultados sugieren que algunos estudiantes pueden mejorar su capacidad para involucrarse de manera más activa en la discusión, comunicando sus ideas matemáticas de manera clara y contribuyendo de manera efectiva a las reflexiones planteadas.

Conclusiones

En conclusión, los resultados de la evaluación resaltan la importancia de abordar de manera efectiva la claridad en la presentación de informes, la provisión de ejemplos ilustrativos adecuados y el desarrollo de habilidades de análisis y argumentación en el contexto matemático. Estos aspectos son fundamentales para que los estudiantes puedan comunicar sus ideas matemáticas de manera efectiva y comprender las propiedades y efectos de las transformaciones conformes. Al realizar experiencias similares, se sugiere considerar las siguientes recomendaciones:

- Enseñar y reforzar las habilidades de redacción matemática: Proporcionar pautas claras sobre la estructura y organización de los informes escritos, así como el uso adecuado del lenguaje matemático. Brindar ejemplos de informes bien redactados y ofrecer retroalimentación específica para mejorar la capacidad de expresión escrita de los estudiantes.

- Fomentar la generación de ejemplos ilustrativos: Proporcionar oportunidades para explorar y crear ejemplos ilustrativos relacionados con los conceptos matemáticos. Destacar la importancia de representaciones gráficas claras y precisas, así como la relación entre los números complejos y las transformaciones conformes. Alentar a los estudiantes a compartir y discutir sus ejemplos para enriquecer su comprensión.

- Desarrollar habilidades de análisis y argumentación: Brindar oportunidades para que los estudiantes analicen y argumenten sobre las propiedades y efectos de las transformaciones conformes. Incluir actividades de resolución de problemas, discusiones en grupo y presentaciones orales donde los estudiantes puedan expresar sus ideas y justificar sus razonamientos matemáticos. Ofrecer retroalimentación constructiva y modelar habilidades de análisis y argumentación.

- Proporcionar una retroalimentación significativa: Ofrecer retroalimentación específica y oportuna sobre el desempeño de los

estudiantes en cada aspecto evaluado. Comentar sobre la claridad y organización de los informes, la calidad de los ejemplos ilustrativos, la coherencia de los argumentos y la participación en la discusión. La retroalimentación debe ser constructiva y apuntar a fortalecer las habilidades de comunicación matemática y análisis crítico de los estudiantes.

Al utilizar estas sugerencias, los docentes pueden promover un entorno de aprendizaje donde los estudiantes desarrollen competencias en comunicación matemática, análisis crítico y resolución de problemas. Esto les permitirá no solo mejorar su desempeño en el ámbito matemático, sino también desarrollar habilidades transferibles para su futuro académico y profesional.

Bibliografía

- Cano, E. (2005). Diseño de tareas y competencias profesionales. Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado, 9(2), 1-22.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. Routledge.
- Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work: Coping with multiple theoretical perspectives. En F. K. Lester Jr. (Ed.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 3-38). Information Age Publishing.
- DeSeCo (Definición y Selección de Competencias). (2002). Un marco conceptual y un conjunto de instrumentos para la comprensión y el estudio de las competencias clave. OCDE.